```
ACC := 140;
t := series(q^(-5) * mul( ( (1-q^n) / (1-q^(11*n)) )^12, n = 1 ..ACC), q = 0, ACC);
E4 := 1 + 240 * add( n^3 * q^n / (1-q^n), n = 1 ..ACC) :
Ds := q * mul( (1-q^n)^(24), n = 1 ..ACC) :
f := series(t^3 * E4^3 / Ds, q = 0, ACC);
h := series(q * t * mul(1-q^(11*k), k = 1 ..40) * add(combinat[numbpart](11*k + 6) * q^k, k = 0
    ..40), q = 0, 40);
```

$$ACC := 140$$

$$t := q^{-5} - 12\,q^{-4} + 54\,q^{-3} - 88\,q^{-2} - 99\,q^{-1} + 540 - 418\,q - 648\,q^{2} + 594\,q^{3} + 836\,q^{4} + 1056\,q^{5} - 4092\,q^{6} - 353\,q^{7} + 4752\,q^{8} - 1650\,q^{9} + 3068\,q^{10} - 9768\,q^{12} - 8074\,q^{13} + 12144\,q^{14} + 27258\,q^{15} + 572\,q^{16} - 54504\,q^{17} - 4884\,q^{18} + 45045\,q^{19} - 22176\,q^{20} + 61656\,q^{21} - 104676\,q^{23} - 69564\,q^{24} + 78914\,q^{25} + 290664\,q^{26} - 72732\,q^{27} - 411180\,q^{28} + 8646\,q^{29} + 241812\,q^{30} - 117194\,q^{31} + 567996\,q^{32} - 842336\,q^{34} - 480987\,q^{35} + 411180\,q^{36} + 2121680\,q^{37} - 803616\,q^{38} - 2321187\,q^{39} + 372020\,q^{40} + 841764\,q^{41} - 317592\,q^{42} + 3624313\,q^{43} - 5345208\,q^{45} - 2817308\,q^{46} + 1857306\,q^{47} + 12368136\,q^{48} - 5461082\,q^{49} - 10848948\,q^{50} + 3509451\,q^{51} + 1226952\,q^{52} + 491436\,q^{53} + 18550620\,q^{54} - 161051\,q^{55} - 28815864\,q^{56} - 14585472\,q^{57} + 8246392\,q^{58} + 61817646\,q^{59} - 28950768\,q^{60} - 44286484\,q^{61} + 22708884\,q^{62} - 7853571\,q^{63} + 11244596\,q^{64} + 81299580\,q^{65} - 1932612\,q^{66} - 136569708\,q^{67} - 67906872\,q^{68} + 36545652\,q^{69} + 275120472\,q^{70} - 130355742\,q^{71} - 162613716\,q^{72} + 119192876\,q^{73} - 85020540\,q^{74} + 80436774\,q^{75} + 316845320\,q^{76} - 14494590\,q^{77} - 584870088\,q^{78} - 289234638\,q^{79} + 160157184\,q^{80} + 1117419534\,q^{81} - 520843576\,q^{82} - 547705059\,q^{83} + 543258144\,q^{84} - 514109134\,q^{85} + 423252984\,q^{86} + 1124313213\,q^{87} - 83746520\,q^{88} - 2303984100\,q^{89} - 1141195440\,q^{90} + 676449224\,q^{91} + 4210155048\,q^{92} - 1896463932\,q^{93} - 1713841360\,q^{94} + 2228016231\,q^{95} - 2474947992\,q^{96} + 1883753036\,q^{97} + 3691898760\,q^{98} - 408264285\,q^{99} - 8463431020\,q^{100} - 4214324862\,q^{101} + 2713013688\,q^{102} + 14890908626\,q^{103} - 6405536280\,q^{104} - 5027114004\,q^{105} + 8407399264\,q^{106} - 10381562004\,q^{107} + 7480855800\,q^{108} + 11347250926\,q^{109} - 1756744308\,q^{110} - 29283932634\,q^{111} - 14687247312\,q^{112} + 10272773148\,q^{113} + 49880407104\,q^{114} - 20324630348\,q^{115} - 13905589224\,q^{116} + 29626729626\,q^{117} - 39477372276\,q^{118} + 27273368694\,q^{119} + 32921430036\,q^{120} - 6863027314\,q^{121} - 96199668312\,q^{122} - 48635624190\,q^{123} + 36748932528\,q^{124} + 159334703088\,q^{125} - 61154221656\,q^{126} - 36409869870\,q^{127} + 98546605860\,q^{128} - 139122231996\,q^{129} + 92872090784\,q^{130} + 90726596454\,q^{131} - 24795411960\,q^{132} - 301917151668\,q^{133} - 153889472484\,q^{134} + \mathrm{O}\left(q^{135}\right)$$

$$
\begin{aligned}
f := {} & q^{-16} + 708\, q^{-15} + 170694\, q^{-14} + 14841992\, q^{-13} + 203137101\, q^{-12} \\
& + 768867660\, q^{-11} - 1253760178\, q^{-10} - 11823084648\, q^{-9} - 14387629806\, q^{-8} \\
& + 40127718356\, q^{-7} + 207583074336\, q^{-6} + 15626001852\, q^{-5} - 303821290001\, q^{-4} \\
& - 1898446902912\, q^{-3} + 672145281918\, q^{-2} - 323626806028\, q^{-1} + 13217679779040 \\
& - 4606394367960\, q + 8236822357574\, q^{2} - 55404151535040\, q^{3} + 10468570939002\, q^{4} \\
& - 42329099131924\, q^{5} + 105467164064172\, q^{6} + 106340291912196\, q^{7} \\
& + 36372539379789\, q^{8} - 44069444728848\, q^{9} - 300093211063908\, q^{10} \\
& + 151377740371440\, q^{11} - 1086083581824780\, q^{12} + 1754873221698468\, q^{13} \\
& - 2438422554046534\, q^{14} + 2209191246325800\, q^{15} + 82785992887620\, q^{16} \\
& + 3690679870143476\, q^{17} - 687447020379582\, q^{18} + 3111192040661100\, q^{19} \\
& - 8333524428966418\, q^{20} - 18039695197916388\, q^{21} + 16525856955801600\, q^{22} \\
& - 42547267152245152\, q^{23} + 68038541665945821\, q^{24} - 32159646753166548\, q^{25} \\
& + 73183193637741528\, q^{26} - 15377954901121296\, q^{27} + 97083161386208847\, q^{28} \\
& - 140384123459159252\, q^{29} + 36222641459182452\, q^{30} - 228849712423723512\, q^{31} \\
& - 486241864854147469\, q^{32} + 664532295471970200\, q^{33} - 819388839082002156\, q^{34} \\
& + 1481133793807876988\, q^{35} - 129651059477544858\, q^{36} + 1543124127843069552\, q^{37} \\
& - 1082937843142151194\, q^{38} + 1764486417807853500\, q^{39} - 4263278820235228287\, q^{40} \\
& - 85675550627613960\, q^{41} - 3510394697381558976\, q^{42} - 8789343678826807428\, q^{43} \\
& + 15060937095747787189\, q^{44} - 9798099041401703208\, q^{45} \\
& + 22986344809915668720\, q^{46} + 1768517755945427960\, q^{47} \\
& + 25168677104642749986\, q^{48} - 28532485968097927464\, q^{49} \\
& + 23569599681811735384\, q^{50} - 7990521237834645220\, q^{51} \\
& - 9090189935981083305\, q^{52} - 3623142031815517010 8\, q^{53} \\
& - 120475646841352221000\, q^{54} + 23799264155796842024 4\, q^{55} \\
& - 73803895522727834244\, q^{56} + 287310007039108533984\, q^{57} \\
& + 34755253177120434288\, q^{58} + 337783645868419490168\, q^{59} \\
& - 487037360546852560830\, q^{60} + 249221934084853325268\, q^{61} \\
& - 1129461820162756735300\, q^{62} - 179492045715261988092\, q^{63} \\
& - 257171587093695975822\, q^{64} - 1334141276170157123728\, q^{65} \\
& + 2914419391003785068118\, q^{66} - 2056553062244720701 20\, q^{67} \\
& + 3089013802294019817804\, q^{68} + 303567052772873157048\, q^{69} \\
& + 3854737204198572007206\, q^{70} - 6344612222769869164072\, q^{71} \\
& + 2208232524610221292134\, q^{72} - 13058746432998785503308\, q^{73}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- 2452223059052151621664\, q^{74} - 1031861844821317060320\, q^{75} \\
&- 1242113191564726131 5358\, q^{76} + 2939811196034143356 6972\, q^{77} \\
&+ 3565485805916350235502\, q^{78} + 2961989780097686188 1904\, q^{79} \\
&+ 1354657025689277950442\, q^{80} + 3830740417802124014 5620\, q^{81} \\
&- 6809258301761253030 9768\, q^{82} + 1712138671236717932 3244\, q^{83} \\
&- 12907618158676641811 7058\, q^{84} - 2723597865003411544 9464\, q^{85} \\
&+ 2496128398995438108110\, q^{86} - 9987547630750983430 7364\, q^{87} \\
&+ 25399135387518787659 3525\, q^{88} + 7382020200246224284 1404\, q^{89} \\
&+ 25822961100332522098 1964\, q^{90} - 3194711799417195326 280\, q^{91} \\
&+ 3379063034127332372 60364\, q^{92} - 6289909492271758890 28356\, q^{93} \\
&+ 12030881234587005703 6332\, q^{94} - 11218968037013665125 45324\, q^{95} \\
&- 2608833285532311074 63919\, q^{96} + 9197580936502877275 8432\, q^{97} \\
&- 7063256567552332566 02546\, q^{98} + 19306062268068302141 74236\, q^{99} \\
&+ 8722522541650277756 65626\, q^{100} + 20684929245546183363 94556\, q^{101} \\
&- 13056771193419415134 4662\, q^{102} + 26871345556062783228 47016\, q^{103} \\
&- 5143546469743221442 764620\, q^{104} + 7887828481892345916 60444\, q^{105} \\
&- 8747115500860737671 880900\, q^{106} - 22209770624247555836 43392\, q^{107} \\
&+ 10347330839000250761 45172\, q^{108} - 4444138617931027986 446232\, q^{109} \\
&+ 13162680154086156329 535702\, q^{110} + 8086513375028209525 419576\, q^{111} \\
&+ 15325946650956891340 763649\, q^{112} - 1561366251162979949 264940\, q^{113} \\
&+ 19511620612659176868 955836\, q^{114} - 3797270275020020641 1618712\, q^{115} \\
&+ 4936852764735579498 866573\, q^{116} - 6209849648689509768 2641656\, q^{117} \\
&- 17122026851443540219 488588\, q^{118} + 8366185754394009924 109288\, q^{119} \\
&- 25007775213348601104 730299\, q^{120} + 8166668614328413301 3961696\, q^{121} \\
&+ 6418041761784219257 3600584\, q^{122} + 1055931262292804557 50847656\, q^{123} + \\
&O\left(q^{124}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
h \coloneqq\ & 11\, q^{-4} + 165\, q^{-3} + 748\, q^{-2} + 1639\, q^{-1} + 3553 + 4136\, q + 6347\, q^{2} + 3586\, q^{3} \\
&+ 7414\, q^{4} - 4444\, q^{5} + 583\, q^{6} - 14157\, q^{7} - 6523\, q^{8} - 29590\, q^{9} + 17435\, q^{10} \\
&- 14641\, q^{11} + 34100\, q^{12} + 27863\, q^{13} + 43186\, q^{14} + 40216\, q^{15} + 12738\, q^{16} \\
&- 51216\, q^{17} - 85162\, q^{18} - 32142\, q^{19} - 268488\, q^{20} + 95194\, q^{21} - 102487\, q^{22} \\
&+ 188386\, q^{23} + 135927\, q^{24} + 411906\, q^{25} + 184932\, q^{26} + 322366\, q^{27} - 386969\, q^{28} \\
&- 489467\, q^{29} - 36773\, q^{30} - 1503920\, q^{31} + 174262\, q^{32} - 556358\, q^{33} + 914298\, q^{34}
\end{aligned} \tag{1}
$$

$$+\,443982\,q^{35} + \mathrm{O}\left(q^{36}\right)$$

```
# Compute the algebraic relation p in Q[x,y] between t and f using an Ansatz:
n := 5;
m := 16;
p := add(add( c[i,j]*x^i*y^j, i = 0 ..min(m, max(m, n)-j)), j = 0 ..n);
IsZero := eval(p, {x = t, y = f} ) :
SolveCoeffsZero := proc(IsZero, q, ACC)
    solve( {coeffs(convert(series(IsZero, q = 0, ACC), polynom), q)})
end:
p := eval(p, SolveCoeffsZero(IsZero, q, ACC)) :
p := sort(collect(primpart(p, y), y, factor), y);
```

$$n := 5$$

$$m := 16$$

$$\begin{aligned}p :=\ & c_{7,0}x^7 + c_{1,0}x + c_{2,1}x^2y + c_{9,0}x^9 + c_{6,1}x^6y + c_{0,2}y^2 + c_{1,2}xy^2 + c_{10,2}x^{10}y^2 \\ & + c_{14,2}x^{14}y^2 + c_{2,2}x^2y^2 + c_{15,0}x^{15} + c_{11,1}x^{11}y + c_{5,1}x^5y + c_{8,0}x^8 + c_{11,2}x^{11}y^2 \\ & + c_{3,0}x^3 + c_{11,0}x^{11} + c_{0,1}y + c_{10,0}x^{10} + c_{16,0}x^{16} + c_{12,1}x^{12}y + c_{7,2}x^7y^2 + c_{4,0}x^4 \\ & + c_{14,1}x^{14}y + c_{4,1}x^4y + c_{1,1}xy + c_{9,1}x^9y + c_{14,0}x^{14} + c_{5,2}x^5y^2 + c_{6,0}x^6 \\ & + c_{6,2}x^6y^2 + c_{10,1}x^{10}y + c_{0,3}y^3 + c_{2,0}x^2 + c_{9,2}x^9y^2 + c_{12,0}x^{12} + c_{7,1}x^7y \\ & + c_{5,0}x^5 + c_{15,1}x^{15}y + c_{13,1}x^{13}y + c_{3,1}x^3y + c_{3,2}x^3y^2 + c_{8,2}x^8y^2 + c_{13,0}x^{13} \\ & + c_{8,1}x^8y + c_{12,2}x^{12}y^2 + c_{13,2}x^{13}y^2 + c_{4,2}x^4y^2 + c_{1,3}xy^3 + c_{2,3}x^2y^3 + c_{3,3}x^3y^3 \\ & + c_{4,3}x^4y^3 + c_{5,3}x^5y^3 + c_{6,3}x^6y^3 + c_{7,3}x^7y^3 + c_{8,3}x^8y^3 + c_{9,3}x^9y^3 + c_{10,3}x^{10}y^3 \\ & + c_{11,3}x^{11}y^3 + c_{12,3}x^{12}y^3 + c_{13,3}x^{13}y^3 + c_{0,4}y^4 + c_{1,4}xy^4 + c_{2,4}x^2y^4 + c_{3,4}x^3y^4 \\ & + c_{4,4}x^4y^4 + c_{5,4}x^5y^4 + c_{6,4}x^6y^4 + c_{7,4}x^7y^4 + c_{8,4}x^8y^4 + c_{9,4}x^9y^4 + c_{10,4}x^{10}y^4 \\ & + c_{11,4}x^{11}y^4 + c_{12,4}x^{12}y^4 + c_{0,5}y^5 + c_{1,5}xy^5 + c_{2,5}x^2y^5 + c_{3,5}x^3y^5 + c_{4,5}x^4y^5 \\ & + c_{5,5}x^5y^5 + c_{6,5}x^6y^5 + c_{7,5}x^7y^5 + c_{8,5}x^8y^5 + c_{9,5}x^9y^5 + c_{10,5}x^{10}y^5 \\ & + c_{11,5}x^{11}y^5 + c_{0,0}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p :=\ & y^5 - 2x\left(1866x^2 + 415213152497x + 207136272863586\right)y^4 + x^2\left(4586706x^4\right. \\ & - 91769352032014800x^3 + 1564092436604888833632805x^2 \\ & \left. - 896264453248953746657940240x + 526566708848674889123295019 86\right)y^3 \\ & - x^3\left(2059075976x^6 + 379889186035651877475x^5\right. \\ & + 2178553576784619730306681026 0x^4 + 42021508937035941198112900292834 50x^3 \\ & + 4168173005745771612084679257602392314 0x^2 \\ & + 39984753112818403460117903008490202467355x\end{aligned} \qquad \textbf{(2)}$$

$$+ 208648228524663892021740862982815555205405 6) y^2 + 6655 x^4 (38088453 x^8$$

$$- 2059875188066214508 0 x^7 + 305661605356313173302554988 12 x^6$$

$$- 144612544077849962450658202289072 40 x^5$$

$$+ 459641014345726944259626326027552620878 x^4$$

$$- 2718676172462482521721478744479055757992520 x^3$$

$$+ 616818248446957454792615720895908937779339535 6 x^2$$

$$- 5956099929069727987274316898450020774536370823960 x$$

$$+ 203736190948231541044627802958473117249473133779490 1) y - x^4 (x^4$$

$$+ 689101797780 x^3 + 25420699228098878 x^2 - 90980465129872878780 x$$

$$+ 8140274938683976111332 1)^3$$

 # Compute a basis v of all integral functions i for which i/x^d is
 # integral at infinity. Then write h as a linear combination of v:

```
d := 1;
read NormalBasis :
v := UpToDegree(p, x, y, d) :
H := add(c[i]*v[i], i = 1 ..nops(v)) :
IsZero := h - eval(H, {x = t, y = f}) :
h := factor(eval(H, SolveCoeffsZero(IsZero, q, 40)));
```

$$d := 1$$

$$h := (11 (7965173843 x^{26} + 680285521896550478550510 x^{25} \tag{3}$$

$$+ 408912407761182106239129734822507097 9 x^{24} - 545496303 x^{23} y$$

$$- 1178886556029913463615614786501912663788047817811 65 x^{23}$$

$$- 102051389868295048436 75 x^{22} y$$

$$+ 191205236000096848917670218035406364139898971790936423022094 91 x^{22}$$

$$+ 333013624981886051527317915078594536 x^{21} y + 2500268 x^{20} y^2$$

$$+ 143135974678530216244208720897893655659026419550652827635649406917536096$$

$$x^{21} + 769460188836183747547069065143953542867194847845 x^{20} y$$

$$+ 521831947919255045 60 x^{19} y^2$$

$$- 150957090391588935972793661726061800210815406882578430298689577806112086\backslash$$

$$36775113 x^{20}$$

$$+ 41481987953174680441098166534837135762465065345367128180421 x^{19} y$$

$$- 113977640752286794992727758315376 7 x^{18} y^2 - 2961 x^{17} y^3$$

$$+ 793879592638214653802920808212188399623049958523233301603148496035489206\backslash$$

$$7151952897563 x^{19}$$

$$+ 226481081171875581069174907699118210424179482255680730747827653930 80 x^{18} y$$

$- 86398011019893322693100835582156556762182871 3\, x^{17} y^{2}$

$- 63132650991702820\, x^{16} y^{3}$

$+ 71656011537304265168073048916038544027800866969627616507206630032996286 3\backslash$

$2882679668273785212 6\, x^{18}$

$- 19432808869470497585782574719961453160907471417004833803217251450967925 7\backslash$

$0024\, x^{17} y + 20286782430677916059385537571494340805236697842925036157\, x^{16} y^{2}$

$+ 1062609737819686332778779861914\, x^{15} y^{3} + x^{14} y^{4}$

$+ 16367432411458236226651476607294680984200714523969141323387371659774902 7\backslash$

$96159853485017777592714748\, x^{17}$

$+ 27665380758350325328976451472924966955675088935796894633757419548258122 9\backslash$

$78091773320\, x^{16} y$

$- 62717943695671077222759508001782107974030146089100948218658038 66\, x^{15} y^{2}$

$+ 640114568776946505765272396931813277169124\, x^{14} y^{3} + 20714591724167\, y^{4} x^{13}$

$+ 44352142486326637164881934637547503290835412954222176112958887286869864 6\backslash$

$3761057561300549966902079119 82\, x^{16}$

$+ 41778799844514514029523546817068039788521809417209696694052676809531752 0\backslash$

$90107643974882906\, x^{15} y$

$+ 12120468769146182228670644519103336141999760484142490269679015481193077 1$

$x^{14} y^{2} - 113843214015176958027765914467545620041914807890969 6\, x^{13} y^{3}$

$- 3068648948481241376531683 15\, x^{12} y^{4}$

$- 72089278138044007758421552097293242793792336466208057167554332152221390 0\backslash$

$78610738604971173954662852423275890\, x^{15}$

$+ 46329464990160724370169098770499204842355190177387636641118546069734184 8\backslash$

$9778618050542169784410\, x^{14} y$

$- 11729091097472061970537044820177867363866495396963205915285173091578541 4\backslash$

$096159\, x^{13} y^{2}$

$- 704273119969029453981269066919046288529778249681259446205 52\, x^{12} y^{3}$

$- 1619367772388536649636007439616788638 90\, x^{11} y^{4}$

$- 29974759816112006644403225796026971150077819091221340290005479289779656 3\backslash$

$22319966335139154933580573175271507873 06\, x^{14}$

$- 14454571510066722485842576485152268098558706224456497974036434300386514 4\backslash$

$29393816665366291252581284 0\, x^{13} y$

$- 1881968300937591227874532450236380791088760915246251534900760527756151 70\backslash$

$361538425101\, x^{12}\, y^{2}$

$+ 10620230732068853257808124426769815336210253019907528179559417 14414\, x^{11}\, y^{3}$

$+ 9018671171939407122082020477696981320366 7823915\, x^{10}\, y^{4}$

$- 1177559492145514557027055097472477072671311555962547025960990785078872 28\backslash$

$0207998290656142980125990871129991116 9940320\, x^{13}$

$- 2302199720686140737142599625435745017203221129991062356226414986671439 23\backslash$

$550409400457387867204841506 71350\, x^{12}\, y$

$- 5147813003280570824647410967733400972330714202072132695657410776033754 04\backslash$

$969020353238060\, x^{11}\, y^{2}$

$+ 1019552237698856815641809275466828641100124744252462828092522645576843 97\backslash$

$6\, y^{3}\, x^{10} - 124144855943485031143299640846353024200478460541828 7391\, x^{9}\, y^{4}$

$+ 2280029456281792350261731314388379752780723745201822988211853256226928 23\backslash$

$50259875038481713368814750080548373003209855 1342\, x^{12}$

$- 5406482850310370334925823618784775687752960094415301909084538662924829 33\backslash$

$62355156403000590247794553470681606\, x^{11}\, y$

$+ 1147898594122980945941745273182890536389081195097968476753478735929658 87\backslash$

$6120979185239947704591\, x^{10}\, y^{2}$

$+ 6989215694889538677584330665663642391007120263058231077930034577832346 00\backslash$

$5570\, x^{9}\, y^{3}$

$- 122699862045529611580164158268890715662017717085153520863 5277\, x^{8}\, y^{4}$

$- 2026863508682008763350463924880971697583901936019944520458868065586066 01\backslash$

$14962918244124690229840643065414143840870574998 2314\, x^{11}$

$+ 4586795813119432873783124629233914609903986239069252750367895500483355 69\backslash$

$3991814183669863582419114871087160281680\, x^{10}\, y$

$- 1824631358930777793137590301907052634220907477893846051789774542334653 13\backslash$

$6665041090243229683030731 1\, x^{9}\, y^{2}$

$- 6125922211663149620418620212242964876108332602408358271466547490560319 82\backslash$

$5768323716\, x^{8}\, y^{3}$

$- 843596556440708590673570661347313555132134726012853641802704962 0\, x^{7}\, y^{4}$

$- 1477522180101656464004391863031779318704431714282470920908992287827812 13\backslash$

$808259416445432641192503139228425996754844150371835896 1\, x^{10}$

$+ 168732831097534402440301512577234175565277726384737204121625476476661801\backslash$
$524056211614860184318222925709005826736327 44\, x^{9}\, y$

$+ 123691807326867939362132466713295723324686428487538381668898269319121301\backslash$
$7252795701893631006872274 7859\, x^{8}\, y^{2}$

$+ 595889269366114035780588817754636824474737761805648806750876464216241384\backslash$
$65369342339846\, x^{7}\, y^{3}$

$+ 741602472400424576634692527958636252815474402771936322497916915414496 7\, x^{6}$
y^{4}

$+ 318493265306008540063336234723001975865510780303518978809060254039852739\backslash$
$769099240963144841648398898108091616339286800227409914986 2\, x^{9}$

$+ 355184023740150651836822186181346332339905058235780407095803396163505445\backslash$
$333839707617198824012520535655018856449374976 0\, x^{8}\, y$

$+ 351603402830297725448268633020778213503326267006490871899539833679493408\backslash$
$871762481385737935477580140388846\, x^{7}\, y^{2}$

$+ 327884296861209957103395801868946757529416180933451355978562878541916585\backslash$
$345560475618767812\, x^{6}\, y^{3}$

$- 757494679300920101896070972927234288752341021460539072636370150604170367\backslash$
$99\, x^{5}\, y^{4}$

$- 189113280789858429738069307251448412674631163338460573936624080334401750\backslash$
$375818064177301718699099563915912472123382374457524522245409 7\, x^{8}$

$- 845724015526857961403614871534135863866519987612157055471875825041536397\backslash$
$833155961948932468422994042641706574243883219537 1\, x^{7}\, y$

$- 225992921024757181235643590735935189139920690107965861329688049970426708\backslash$
$067139876848728571990337566891214107\, x^{6}\, y^{2}$

$- 473895317911879101323098646989103258570188420174472691245944022248145389\backslash$
$16021223361477558064\, x^{5}\, y^{3}$

$- 356754296038358327379354120822235341020373388967459641845493939656756258\backslash$
$087765\, x^{4}\, y^{4}$

$- 292015084729999211669661253953632509395334605608515740579561688377067416\backslash$
$305515851572812045950666279903044015064491515500314784187003 85\, x^{7}$

$- 168472157149643328532294191737479991015415220846400760106758594546948543\backslash$
$707912638518380524948039736354925121783891482262061 5\, x^{6}\, y$

$- 70699747686351104712112924190416033554216080817605461099092245969786632 5\backslash$
$2008163997190609672895799188292651977\, x^5\, y^2$
$- 11782837557786751582245185389648805459064834820807206234230009096620845 0\backslash$
$8986645582677520485297 44\, x^4\, y^3$
$+ 23617962800177112387109964860870515801227828896654054034879404132904254 4\backslash$
$879407590\, x^3\, y^4$
$+ 21342267234799134059760986462986823681331750189085353853807415816027688 7\backslash$
$5711275353697443251897321991856095112788208668518304689777761232 87\, x^6$
$- 26353525563525652867719648659395176977576190126454840013358966667263919 2\backslash$
$3660380228872857067317883544674811413102963423684473 6\, x^5\, y$
$+ 11297863849616253084332798678253642872675772140771163646940345660855350 2\backslash$
$3919003641631017162953787827721574936977\, x^4\, y^2$
$- 90237510072520589857089040237538158249939094889455205149239556008130960 5\backslash$
$1569739813152553487514894\, y^3\, x^3$
$+ 22326859893575749808286771327012660840928074102266041314933803443949953 0\backslash$
$76946699405\, x^2\, y^4$
$+ 11899118539524145983658708887883471937384249101337353471445965547339545 2\backslash$
$4710764275399324093460365237500517338375809529484607709142445727216\, x^5$
$+ 11530271314980463252559051450750608028396598393254420501051142543325779 8\backslash$
$5927050679952314069342340089862800983221639045822874 5\, x^4\, y$
$- 11844997387177105722472714361340441668399928441516752721658251756536643 5\backslash$
$8397269985228016394788510927909803551320\, y^2\, x^3$
$+ 14451825298036527944769753589671974080167096274617457744661354231808775 2\backslash$
$2039755467384389451830696 0\, x^2\, y^3$
$- 41587268073824385538816592453300912982357226205497506209020630142442137 9\backslash$
$73003993257\, x\, y^4$
$- 71031943446626907223311713439429157550574101198894680182927934044768469 2\backslash$
$2094767418776020714111736208061800839590707690814309964356846775 73\, x^4$
$+ 57812567331930091241301354913734704781034668101119865764366014848305034 4\backslash$
$6805620780089377009913278610859878663189470574260993\, y\, x^3$
$- 46368563421439100402875489129857702956397381163291030623325406980209425 2\backslash$
$7357489919752244006399445311126578927 68\, x^2\, y^2$

$$
\begin{aligned}
&+ 590276812176343265876101258423146806950391102295188748420710505391636996\backslash \\
&3123083867304296831936511\, x\, y^3 \\
&- 186218201325951445284075085787880129584027260535633925935108312177306329\backslash \\
&27190897891\, y^4 \\
&- 290960772357257879876883248608621202372989586780563261379063005175582549\backslash \\
&9070873721771675283599502116813103111958181094294515442293249759 21\, x^3)) \Big/ \\
&\big(x^3 \left(x^2 - 84609753360\, x - 285311670611\right) \left(x^5 + 10548060207905\, x^4\right. \\
&+ 5303630113820817 90\, x^3 - 5787873923345412971 7210\, x^2 \\
&\left.- 172370321826633194157457 2175\, x + 174494022688864073185588037 53801\right) \left(x^6\right. \\
&+ 36972332801998\, x^5 + 18725785110329545382 8787\, x^4 \\
&- 129109553341432180342832932 3628\, x^3 - 25667584905491474409808895982 6697\, x^2 \\
&+ 362575505557682504202205913833 73182\, x \\
&\left.- 23222515441988780814100176779630 9131\right) \left(x^{10} - 26598362122002\, x^9\right. \\
&+ 774373522411405500578952 65\, x^8 - 718831590371962054270917182825 6808\, x^7 \\
&- 1077333465230533540025086708413399896 8310\, x^6 \\
&+ 10724713051404753080243140670535677773462 89684\, x^5 \\
&- 13101528025249630485987955292097818716373997 18590\, x^4 \\
&- 794240219567206502677333047991718759449071439473 7896\, x^3 \\
&+ 1612066932952244214739777509853906023660068465560302 4085\, x^2 \\
&- 7012671291156662878411941804172827244850927222391348891 378\, x \\
&\left.\left.- 18905914247127810418715145845743197784493012466032380340 51\right)\right)
\end{aligned}
$$

```
# Shorten h with "Rational Univariate Representation"
ShortenAlg := proc(h, f, x, y) local d, RUR;
    d := diff(f, y);
    RUR := rem(h * d, f, y) / d;
    map(factor, convert(RUR, parfrac, y))
end:
h := ShortenAlg(h, p, x, y);
```

$$
\begin{aligned}
h :=\ & 14641 - \big(11\, x \big(671188551\, x^{12} - 7348742899557705850 93\, x^{11} \\
&+ 339393317035226087180208489 1020\, x^{10} - 6205300\, x^9\, y \\
&+ 656369222880498505529846345600548588\, x^9 - 656221403474833154 2\, x^8\, y \\
&- 1490761891905026196667370476410780583 32126\, x^8 \\
&- 946421098632901146832493202\, x^7\, y + 11073\, x^6\, y^2 \\
&+ 384718134456893904075291853386149045839642823 4\, x^7 \\
&+ 10628186671792539912211738050866 8\, x^6\, y - 4349554282034027\, x^5\, y^2
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

$$- 220964792194014577236614322669289472098932495870 12\, x^{6}$$

$$- 5241431134321800396279729636193601352\, x^{5} y + 21899324218411035556545\, x^{4} y^{2}$$

$$- 5\, y^{3} x^{3} + 494330726887761426939537444838791474806766102521 14940\, x^{5}$$

$$- 11831623150077265030539966159295729436174 2\, x^{4} y$$

$$+ 14924890229918509411069496 25\, y^{2} x^{3} - 188797012690\, x^{2} y^{3}$$

$$- 46959991725972527618827071400420659451794496095396128433\, x^{4}$$

$$- 108130983278471518519237533395485325468862322\, y x^{3}$$

$$- 514118820199862697321200978506 7\, x^{2} y^{2} - 1561199524158791 0\, x y^{3}$$

$$+ 15640347240805734073664347926933009076262401221899514645331\, x^{3}$$

$$- 2733659036317827489075717104507773996136742040\, x^{2} y$$

$$+ 5379030616772421429605317190221 3\, x y^{2} - 229748649317860805\, y^{3})) \Big/$$

$$\big(253478654715\, x^{12} - 13708469376580657550740 0\, x^{11}$$

$$+ 20341779836462641683285034459386 0\, x^{10} - 4118151952\, x^{9} y$$

$$- 962396480838091500109130336233776822 00\, x^{9} - 759778372071303754950\, x^{8} y$$

$$+ 305891095047081281404781319971336269194309 0\, x^{8}$$

$$- 4357107153569239460613362052 0\, x^{7} y + 13760118\, x^{6} y^{2}$$

$$- 18092789927737821182056441044508116069440220600\, x^{7}$$

$$- 8404301787407188239622580058566900\, x^{6} y - 275308056096044400\, x^{5} y^{2}$$

$$+ 41049254434145018616448576225622739809215046094180\, x^{6}$$

$$- 8336346011491543224169358515204784628 0\, x^{5} y + 4692277309814665008984 15\, x^{4} y^{2}$$

$$- 14928\, y^{3} x^{3} - 3963784502795903975531057895918488825453954783345 3800\, x^{5}$$

$$- 799695062256368069202358060169804049347 10\, x^{4} y$$

$$- 268879335974686123997382072 0\, y^{2} x^{3} - 3321705219976\, x^{2} y^{3}$$

$$+ 1355864350760480905651998028688638595295243705302506615 5\, x^{4}$$

$$- 4172964570493277840434817259656311104108112\, y x^{3}$$

$$+ 157970012654602466736988505958\, x^{2} y^{2} - 1657090182908688\, x y^{3} + 5\, y^{4}\big)$$

with(*algcurves*) :
genus(*p*, *x*, *y*);

$$1 \tag{5}$$

 # The genus is 1. So the integral elements can have poles at
 # infinity of order 0, 2, 3, 4, ... (the only gap is 1).
 # Call those functions 1, z[2], z[3], ... then we should
 # be able to write h as a polynomial in z[2], z[3].

 # Compute the q-expansions of a basis v of some subspace of Q(x)[y]/(f).

```
# Adjust this basis to bring these q-expansions into Reduced Echelon Form.
# Return the adjusted basis, as well as q-expansions up to O(q^1).
qEchelonForm := proc(v, q, x, y, t, f, ACC)
    local n, m, w, i, j, M;
    n := nops(v);
    w := [seq(convert(series(eval(i, {x = t, y = f} ), q = 0, ACC), polynom), i = v)];
    m := min(map(ldegree, w, q));
    M := Matrix(n, 1-m, [seq(seq(coeff(i, q, j), j = m ..0), i = w)]);
    M := < M | LinearAlgebra:-IdentityMatrix(n) > ;
    M := LinearAlgebra:-ReducedRowEchelonForm( M );
    [seq([factor(add(M[i, 1-m + j]* v[j], j = 1 ..n)),
     add(M[i, j-m + 1]* q^j, j = m ..0)], i = 1 ..n)]
end:

v := qEchelonForm(v, q, x, y, t, f, 40) :
for i in v do
    PoleOrder := -ldegree(i[2], q);
    z[PoleOrder] := ShortenAlg(i[1], p, x, y);
    zq[PoleOrder] := i[2] + O(q);
od;

# Let H be an Ansatz for the expression of h in terms of z[2] and z[3]:
H := c1 * z2^2 + c2 * z3 + c3 * z2 + c4;
IsZero := subs(z2 = z[2], z3 = z[3], x = t, y = f, h-H) :
'h' = eval(H, SolveCoeffsZero(IsZero, q, 40));
```

$$PoleOrder := 5$$

$$\begin{aligned}
z_5 := x + 12 - \big(2\, x\, \big(&4233386875\, x^{12} - 4875133991600586083062\, x^{11} \\
&+ 4405398866510943927239234238037 2\, x^{10} - 38099056\, x^9\, y \\
&- 35137165588733626333156225697609111424\, x^9 - 40675047724330394584\, x^8\, y \\
&+ 133360549791850299298111307526530087295011 4\, x^8 \\
&- 1057042391418541441501741067 2\, x^7\, y + 67023\, x^6\, y^2 \\
&- 8156482824724627723167364956634019026876229676\, x^7 \\
&- 3593426443864974537107614814829650\, x^6\, y - 22287120507146176\, x^5\, y^2 \\
&+ 18705981689565940747716622125724321336313565196756\, x^6 \\
&- 4502827428820087374588982758246749244 0\, x^5\, y + 1609103166494001228689 43\, x^4\, y^2 \\
&- 30\, y^3\, x^3 - 18012050597511826630078385322579687976376114545946128\, x^5 \\
&- 388670394402730033040967438471884328757 32\, x^4\, y \\
&- 270649037121054150064327186 2\, y^2\, x^3 - 555349613104\, x^2\, y^3 \\
&+ 601696605262384835669306656339076831323472415292574988 3\, x^4 \\
&- 3875317680292468618988483212087938618241 84\, y\, x^3
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&- 189651392896714793883965245911\,x^2\,y^2 - 8352378901804784\,x\,y^3\\
&+ 503606758853892907813599267798637192538233762552167429 0\,x^3\\
&- 131910157592338274081528432225345024557712146\,x^2\,y\\
&+ 40378782109819785530549 29794268\,x\,y^2 - 20886240847078255\,y^3\,)\,)\Big/\\
&\big(253478654715\,x^{12} - 137084693765806575507400\,x^{11}\\
&+ 203417798364626416832850344593860\,x^{10} - 4118151952\,x^9\,y\\
&- 962396480838091500109130336233776822 00\,x^9 - 759778372071303754950\,x^8\,y\\
&+ 3058910950470812814047813199713362691943090\,x^8\\
&- 4357107153569239460613362052 0\,x^7\,y + 13760118\,x^6\,y^2\\
&- 180927899277378211820564410445081160694402206 00\,x^7\\
&- 84043017874071882396225800585669 00\,x^6\,y - 275308056096044400\,x^5\,y^2\\
&+ 41049254434145018616448576225622739809215046094180\,x^6\\
&- 833634601149154322416935851520478462 80\,x^5\,y + 469227730981466500898415\,x^4\,y^2\\
&- 14928\,y^3\,x^3 - 396378450279590397553105789591848882545395478334538 00\,x^5\\
&- 7996950622563680692023580601698040493471 0\,x^4\,y\\
&- 268879335974686123997382072 0\,y^2\,x^3 - 3321705219976\,x^2\,y^3\\
&+ 13558643507604809056519980286886385952952437053025066155\,x^4\\
&- 41729645704932778404348172596563111041081 12\,y\,x^3\\
&+ 157970012654602466736988505958\,x^2\,y^2 - 1657090182908688\,x\,y^3 + 5\,y^4\big)
\end{aligned}
$$

$$
zq_5 := \frac{1}{q^5} - \frac{1}{q} + \mathrm{O}(q)
$$

$$
PoleOrder := 4
$$

$$
\begin{aligned}
z_4 := 12 - \big(&x\,\big(697552682\,x^{12} - 794220345276195414093\,x^{11}\\
&+ 638134045949787113338837794993 6\,x^{10} - 6316380\,x^9\,y\\
&- 365957704638157678945704807756941687 6\,x^9 - 6731189676287005842\,x^8\,y\\
&+ 10048714616717540953386941603301554653530 0\,x^8\\
&- 159867370838308446861377027 0\,x^7\,y + 11148\,x^6\,y^2\\
&- 531694102376475091662472531841397457819172334\,x^7\\
&- 4134041649445523391083181097760 82\,x^6\,y - 3862079226840901\,x^5\,y^2\\
&+ 106981022203245940506050188279751115747520180486 4\,x^6\\
&- 2343201926587136769211121177094529152\,x^5\,y + 277390422799506321913 08\,x^4\,y^2\\
&- 5\,y^3\,x^3 - 790296967914595133715260892003903348595557708321132\,x^5
\end{aligned}
$$

$$+ 289325577430050587909690196117803819256 2 x^{4} y$$

$$- 39497178782206775181903050 7 y^{2} x^{3} - 112382137758 x^{2} y^{3}$$

$$- 574158472515708896462467959692412350177012486528507 82 x^{4}$$

$$- 145200251335438852989746325002658629569743 0 y x^{3}$$

$$- 35329703464631600076873762953 0 x^{2} y^{2} - 3037759015436970 x y^{3}$$

$$+ 22814912257168784763070633495726139480141178712168152443 5 x^{3}$$

$$- 127406674641587543009272995476087512802268222 x^{2} y$$

$$+ 3192879494457119404850695666719 x y^{2} - 1518999334332964 0 y^{3})) \Big/$$

$$\big(253478654715 x^{12} - 137084693765806575507400 x^{11}$$

$$+ 2034177983646264168328503445938 60 x^{10} - 4118151952 x^{9} y$$

$$- 9623964808380915001091303362337768220 0 x^{9} - 759778372071303754950 x^{8} y$$

$$+ 3058910950470812814047813199713362691943090 x^{8}$$

$$- 435710715356923946061336205 20 x^{7} y + 13760118 x^{6} y^{2}$$

$$- 1809278992773782118205644104450811606944022060 0 x^{7}$$

$$- 84043017874071882396225800585669 00 x^{6} y - 275308056096044400 x^{5} y^{2}$$

$$+ 4104925443414501861644857622562273980921504609418 0 x^{6}$$

$$- 833634601149154322416935851520478462 80 x^{5} y + 4692277309814665008984 15 x^{4} y^{2}$$

$$- 14928 y^{3} x^{3} - 39637845027959039755310578959184888254539547833453800 x^{5}$$

$$- 7996950622563680692023580601698040493471 0 x^{4} y$$

$$- 268879335974686123997382072 0 y^{2} x^{3} - 3321705219976 x^{2} y^{3}$$

$$+ 135586435076048090565199802868863859529524370530250661 55 x^{4}$$

$$- 4172964570493277840434817259656311104108112 y x^{3}$$

$$+ 157970012654602466736988505958 x^{2} y^{2} - 1657090182908688 x y^{3} + 5 y^{4} \big)$$

$$zq_{4} := \frac{1}{q^{4}} - \frac{2}{q} + \mathrm{O}(q)$$

$$PoleOrder := 3$$

$$z_{3} := 12 + \big(x \big(1774373 x^{12} - 40378353326325389 32 x^{11}$$

$$+ 209747693299165584779654636572 x^{10} - 7428 x^{9} y$$

$$- 4351448160888359669613666211572820 40 x^{9} - 10822430111005656 x^{8} y$$

$$+ 2430577122515563690613928356499608773572 6 x^{8}$$

$$- 3815267146366898364789336 8 x^{7} y + 5 x^{6} y^{2}$$

$$- 2124920504716630887834011341950120990988973 28 x^{7}$$

$$- 3948328697058891612550608180 7814\, x^{6}\, y + 32713554684954\, x^{5}\, y^{2}$$

$$+ 743125368479300034953449775222689690217809278140\, x^{6}$$

$$- 7926178607410987232737788714554 73724\, x^{5}\, y - 47548126343312230383\, x^{4}\, y^{2}$$

$$- 124687762124040138650117788242655466853147581505 9496\, x^{5}$$

$$+ 6048919880809488176152781308543676 33924\, x^{4}\, y$$

$$- 424443635764125007172761 08\, y^{2}\, x^{3} + 4587497200\, x^{2}\, y^{3}$$

$$+ 1000117265993904129533154447781203954617532982814911189\, x^{4}$$

$$+ 2107347763977466127051284618016359675344456\, y\, x^{3}$$

$$+ 13698561970441586743471125 4395\, x^{2}\, y^{2} + 490669193480048\, x\, y^{3}$$

$$- 3076109908859536073740688860931349415681087970021375182 04\, x^{3}$$

$$+ 6317593607822246495879927466358751955 9342090\, x^{2}\, y$$

$$- 130384851322735671105138524 0534\, x\, y^{2} + 5696247503748615\, y^{3}\big)\big) \Big/$$

$$\big(253478654715\, x^{12} - 13708469376580657550 7400\, x^{11}$$

$$+ 203417798364626416832850344593860\, x^{10} - 4118151952\, x^{9}\, y$$

$$- 962396480838091500109130336233776 82200\, x^{9} - 7597783720713037549 50\, x^{8}\, y$$

$$+ 305891095047081281404781319971336269194 3090\, x^{8}$$

$$- 4357107153569239460613362 0520\, x^{7}\, y + 13760118\, x^{6}\, y^{2}$$

$$- 1809278992773782118205644104450811606944022 0600\, x^{7}$$

$$- 8404301787407188239622580058566900\, x^{6}\, y - 275308056096044400\, x^{5}\, y^{2}$$

$$+ 41049254434145018616448576225622739809215046094180\, x^{6}$$

$$- 83363460114915432241693585152047846280\, x^{5}\, y + 46922773098146650 0898415\, x^{4}\, y^{2}$$

$$- 14928\, y^{3}\, x^{3} - 39637845027959039755310578959184888254539547833453800\, x^{5}$$

$$- 79969506225636806920235806016980404934710\, x^{4}\, y$$

$$- 2688793359746861239973820720\, y^{2}\, x^{3} - 3321705219976\, x^{2}\, y^{3}$$

$$+ 13558643507604809056519980286886385952952437053025066155\, x^{4}$$

$$- 4172964570493277840434817259656311104108112\, y\, x^{3}$$

$$+ 1579700126546024667369885059 58\, x^{2}\, y^{2} - 1657090182908688\, x\, y^{3} + 5\, y^{4}\big)$$

$$zq_{3} := \frac{1}{q^{3}} + \frac{1}{q} + \mathrm{O}(q)$$

$$PoleOrder := 2$$

$$z_{2} := 12 - \big(x\, \big(3698\, x^{12} - 17962862780341985\, x^{11} + 2335413387380492795713624848\, x^{10}$$

$$- 5\, x^{9}\, y - 3251802900103623837402360138513 6252\, x^{9} + 97635145199845\, x^{8}\, y$$

$$+ 169151813264200771163945279118893692894 8\, x^{8}$$
$$+ 117591967345806716268936 1\, x^{7} y$$
$$+ 17521980733389232362711383129083918084296186\, x^{7}$$
$$- 1067106954358176524296407894595\, x^{6} y + 47474486488\, x^{5} y^{2}$$
$$- 1767560134447708324179439341380310737367840 03232\, x^{6}$$
$$- 2174631929242815364143425225136937 95\, x^{5} y - 9636676406896000133 1\, x^{4} y^{2}$$
$$+ 46353243144242230926693142852183427648970633433 1524\, x^{5}$$
$$- 16490604037332194694156969351664679124 33\, x^{4} y$$
$$+ 18394049370113693855394684\, y^{2} x^{3} - 111800249\, x^{2} y^{3}$$
$$- 4691296601295940409732868807019611602575558838 89994262\, x^{4}$$
$$- 1103952416256693207111335306988431530044089\, y x^{3}$$
$$- 40192748114501072954744166759\, x^{2} y^{2} - 76679387116915\, x y^{3}$$
$$+ 1587946066903638546385677691261576993814611394080260 34527\, x^{3}$$
$$- 24391372360336808407124338074674613087416801\, x^{2} y$$
$$+ 4564661613949521209622308474 63\, x y^{2} - 1898749167916205\, y^{3})) \Big/$$
$$\big(253478654715\, x^{12} - 1370846937658065755074 00\, x^{11}$$
$$+ 2034177983646264168328503445938 60\, x^{10} - 4118151952\, x^{9} y$$
$$- 962396480838091500109130336233776822 00\, x^{9} - 7597783720713037549 50\, x^{8} y$$
$$+ 305891095047081281404781319971336269194309 0\, x^{8}$$
$$- 4357107153569239460613362052 0\, x^{7} y + 13760118\, x^{6} y^{2}$$
$$- 18092789927737821182056441044508116069440220600\, x^{7}$$
$$- 840430178740718823962258005856690 0\, x^{6} y - 275308056096044400\, x^{5} y^{2}$$
$$+ 41049254434145018616448576225622739809215046094180\, x^{6}$$
$$- 83363460114915432241693585152047846280\, x^{5} y + 469227730981466500898415\, x^{4} y^{2}$$
$$- 14928\, y^{3} x^{3} - 3963784502795903975531057895918488825453954783345380 0\, x^{5}$$
$$- 79969506225636806920235806016980404934710\, x^{4} y$$
$$- 268879335974686123997382072 0\, y^{2} x^{3} - 3321705219976\, x^{2} y^{3}$$
$$+ 135586435076048090565199802868863859529524370530250661 55\, x^{4}$$
$$- 417296457049327784043481725965631110410811 2\, y x^{3}$$
$$+ 15797001265460246673698850595 8\, x^{2} y^{2} - 1657090182908688\, x y^{3} + 5\, y^{4}\big)$$

$$zq_2 := \frac{1}{q^2} + \frac{2}{q} + \mathrm{O}(q)$$

$$PoleOrder := 0$$

$$z_0 := 1$$

$$zq_0 := 1 + \mathrm{O}(q)$$

$$H := c1\, z2^2 + c2\, z3 + c3\, z2 + c4$$

$$h = 11\, z2^2 + 704\, z2 + 121\, z3 + 3157 \tag{6}$$

```
# Compute the algebraic relation between z[2] and z[3] using an Ansatz:
H := z3^2 + c1 * z3 + c2 * z2 * z3 + c3 * z2^3 + c4 * z2^2 + c5 * z2 + c6 :
IsZero := subs(z2 = z[2], z3 = z[3], x = t, y = f, H) :
sort( eval(H, SolveCoeffsZero(IsZero, q, 40)), z3) = 0;
ifactor(j_invariant(lhs(%), z2, z3));
```

$$z3^2 + 6\, z2\, z3 + 25\, z3 - z2^3 - 2\, z2^2 + 45\, z2 + 168 = 0$$

$$-\frac{(2)^{12}\,(31)^3}{(11)^5} \tag{7}$$